4) * pour x>0

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{x^2}}=\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}=1$$

* pour x<0

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\frac{\sqrt{x^2(\frac{1}{x^2}+1)}}{x}=\frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}$$

$$=\frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}=-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$$

$$d'où\ \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\lim_{x\to-\infty}-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}=-1$$

EX 6 :

soit $P(x)=x^3+3x^2-2x-4$

$P(-1)=0$

$P(x)=(x+1).(x^2+ax+b)$

$=x^3+(a+1)x^2+(a+b)x+b$

$$identification\ \begin{cases}a+1=3\\a+b=-2\\b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-4\end{cases}$$

$P(x)=(x+1).(x^2+2x-4)$

pour $x\neq -1$

$$f(x)=\frac{(x+1)(x^2+2x-4)}{x+1}=x^2+2x-4$$

$$\lim_{x\to(-1)}f(x)=\lim_{x\to(-1)}(x^2+2x-4)=-5$$

$$g(x)=\begin{cases}x^2+2x-4 & si\ x\neq -1\\-5 & si\ x=-1\end{cases}$$ est le

prolongement par continuité de f en (-1)

2) pour $x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[/\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

$$f(x)=\frac{\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\cos x-\cos\frac{\pi}{4}}{\sin x-\sin\frac{\pi}{4}}$$

Rappelons que :

$$\cos a-\cos b=-2\sin(\frac{a-b}{2}).\sin(\frac{a+b}{2})$$

$$\sin a-\sin b=2\sin(\frac{a-b}{2}).\cos(\frac{a+b}{2})$$

$$\frac{\cos a-\cos b}{\sin a-\sin b}=-tg(\frac{a+b}{2})$$

$$d'où\ :\ f(x)=-tg(\frac{x+\frac{\pi}{4}}{2})$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}f(x)=-tg\frac{\pi}{4}=-1$$

$$d'où\ :\ g(x)=\begin{cases}f(x) & si\ x\neq\frac{\pi}{4}\\-1 & si\ x=\frac{\pi}{4}\end{cases}$$

3) pour $x\neq 0$

$$f(x)=-16\left[\frac{1-\cos(4x)}{(4x)^2}\right]$$

on pose $X=4x$ $\quad x\to 0\ ,\ X\to 0$

$$\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{X\to0}-16\left[\frac{1-\cos X}{X^2}\right]=-16\times\frac{1}{2}=-8$$

$$d'où\ g(x)=\begin{cases}f(x) & si\ x\neq 0\\-8 & si\ x=0\end{cases}$$

4) on pose : $U(x)=(x-1)^2$

$$V(x)=\frac{\sin(\pi x)}{x}$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn